норідна щільна структура бетону без раковин і крупних пор. При обтиску величиною 5 МПА і більше структура сухої суміші стійка і практично не деформується. Це відкриває можливість здійснити натяг арматури на суху бетонну суміш з одночасним її обтиском в конструкції. Фіксацію арматури на упори слід здійснювати перед подачею води в суміш, так як при цьому відбуваються деформації ущільнення. Міцність бетону обтисненого в межах 5-10 МПа на суху бетонну суміш вища ніж для звичайного вдвічі. При цьому зростання міцності при тисках від 0,25 до 5 МПа досягається більш інтенсивне порівняно з відомим способом обтиску на зволожену бетонну суміш.

Список літератури

1. Walraven J. Challenges for new materials in concrete structures// Challenges for Concrete in the Next Millenium.13 FIP Congress /A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield/ 1998, p. 3-8.
2. Ахвердов И. Основи физики бетона.- М.: Стройиздат, 1981.-464 с.
3. Чеканович М.Г. Залізобетонні конструкції з попереднім обтисненням на бетонну суміш. – Херсон: Просвіта – 1996. – 64 с.

УДК 624.073.4

СТІЙКІСТЬ ТРИШАРОВОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ, ЯКА ПІДКРІПЛЕНА ПОЗДОВЖНІМИ РЕБРАМИ ЖОРСТКОСТІ ЗА УМОВАМИ ПОЗДОВЖНЬОГО СТИСКА

В.Л.КИРИЧЕНКО – к.т.н, доцент,
Т.А.ЄМЕЛЬЯНОВА – асистент, Херсонський ДАУ

Розглядається замкнута циліндрична оболонка з легким ізотропним заповнювачем, підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості, розташованими на однаковій відстані друг від друга, та стиснута вздовж твірної зусиллями T_x (рис.1.).

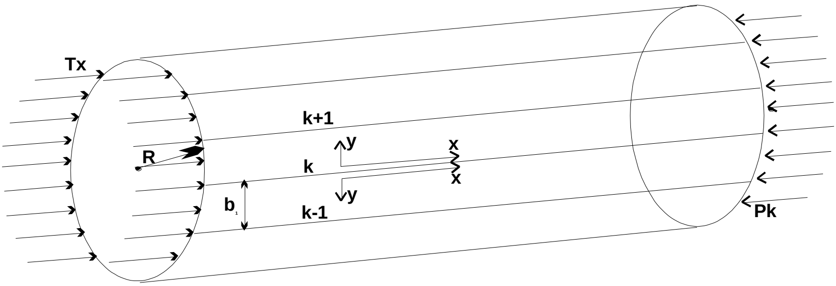

Рисунок 1.

Для зовнішніх шарів оболонки приймаються гіпотези Кірхгофа-Лява, для заповнювача - лінійний закон зміни тангенціальних переміщень по товщині. Поперечні деформації заповнювача не враховуються. Для ребер приймаються гіпотези Бернулі та враховується тільки згин ребер в вертикальній площені.

Варіаційним шляхом, використовуя принцип можливих переміщень, отримано диференціальні рівняння стійкості участка оболонки, замкнений між ребрами, а також умови по лініях ребер та по краях оболонки [1].

Диференціальні рівняння стійкості участка оболонки, розташованого між ребрами, будуть мати вигляд:

$$\nabla^4\phi - \frac{\overline{B}}{R}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\varphi - \frac{Bh}{G_3}\nabla^2\varphi\right) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla^4\varphi - \frac{1}{RD^*}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{2Tx}{D^*}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\varphi - \frac{Bh}{G_3}\nabla^2\varphi\right) = 0 \quad (2)$$

$$\psi - \frac{1-\mu}{2G_3}Bh\nabla^2\psi = 0 \quad (3)$$

Тут $\overline{B} = 2(1-\mu^2)B$; $B = \dfrac{E-\delta}{1-\mu^2}$; $D^*=2BH^2$; $H = h + \dfrac{\delta}{2}$;

δ, h - товщина зовнішніх шарів и заповнювача; E, μ - модуль пружності та коефіцієнт Пуассона зовнішніх шарів оболонки.

Систему рівнянь (1) і (2) можна привести до одного розв'язуючого рівняння, якщо впровадити в розгляд функцію $F(x,y)$ та прийняти $\varphi = \nabla^4 F$,

$$\phi = -\frac{\overline{B}}{R}\frac{\partial^2}{\partial X^2}\left(F - \frac{Bh}{G_3}\nabla^2 F\right) \quad (4)$$

Підставляючи вираз (4) в рівняння (1) переконуємося, що воно перетворюється у тотожність. Підставляючи вираз (4) в рівняння (2) отримуємо рівняння для находження розв'язуючої функції F.

$$\nabla^4\nabla^4 F+\frac{\overline{B}}{R^2 D^*}\frac{\partial^4}{\partial x^4}\left(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)F+\frac{2Tx}{D^*}\frac{\partial}{\partial x^2}\left(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)\nabla^4 F=0 \quad (5)$$

Рішення рівняння (5) шукаємо в вигляді

$$F=f_1(y)\sin\frac{n\pi}{a}x \quad (6)$$

де a - довжина оболонки.

Підставляючи вираз (6) в рівняння (5), отримуємо диференціальне рівняння, яке визначає функцію $f_1(y)$.

$$\left[\frac{n^4\pi^4}{a^4}-\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1''(y)+f_1^{IV}(y)\right]\left[\left(\frac{n^4\pi^4}{a^4}-\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1''(y)+f_1^{IV}(y)\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{2Tx}{D^*}\frac{n^2\pi^2}{a^2}\left(f_1(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1''(y)\right)\right]+ \quad (7)$$

$$+\frac{\overline{B}}{R^2 D^*}\frac{n^4\pi^4}{a^4}\left(f_1(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1''(y)\right)\Bigg]=0$$

Рішення рівняння (7) надамо у вигляді

$$f_1(y)=e^{\eta y} \quad (8)$$

Підставляючи вираз (8) в рівняння (7) приходимо до слідуючого характеристичного рівняння

$$\left(\eta^2-\frac{n^2\pi^2}{a^2}\right)^2\left[\left(\eta^2-\frac{n^2\pi^2}{a^2}\right)^2-\frac{2Tx}{D^*}\frac{n^2\pi^2}{a^2}\left(1+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}-\frac{Bh}{G_3}\eta^2\right)\right]+$$

$$+\frac{\overline{B}}{R^2 D^*}\frac{n^4\pi^4}{a^4}\left(1+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}-\frac{Bh}{G_3}\eta^2\right)=0$$

або якщо впровадити позначення

$$\alpha^2=\frac{B\pi^4R^4}{R^2D^*\pi^4}=\frac{\left(1-\mu^2\right)R^4}{R^2H^2}=\frac{\left(1-\mu^2\right)R^2}{H^2};\qquad m_t=\frac{2T_x\pi^2R^2}{\pi^2D^*}=\frac{2T_xR^2}{D^*};$$

$$K_0=\frac{\pi^2Bh}{G_3\pi^2R^2}=\frac{Bh}{G_3R^2};\qquad \beta=\frac{\pi R}{\pi}\eta=R\eta;\qquad \alpha_n=\frac{n\pi R}{a}=n\frac{\pi R}{a};$$

можна записати характеристичне рівняння у вигляді

$$\left(\beta^2-\alpha_n^2\right)^4+\alpha_n^2\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta^2\right)\right]\left[\alpha^2\alpha_n^2-m_t\left(\beta^2-\alpha_n^2\right)^2\right]=0 \qquad (9)$$

Припускаючи, що корні β_i будуть дійсними, функцію $f_1(y)$ запишемо у вигляді

$$f_1(y)=A_1 sh\beta_1 y+A_2 ch\beta_1 y+A_3 sh\beta_2 y+A_4 ch\beta_2 y+A_5 sh\beta_3 y+$$
$$+A_6 ch\beta_4 y+A_7 sh\beta_4 y+A_8 ch\beta_4 y, \qquad (10)$$

в рівнянні (10) позначено:

$$\beta_{1,2}=\frac{1}{R}\sqrt{-\frac{c_1+A}{4}\pm\sqrt{\left(\frac{c_1+A}{4}\right)^2-\left(y-\frac{c_1 y+c_4}{A}\right)}}; \qquad (11)$$

$$\beta_{3,4}=\frac{1}{R}\sqrt{-\frac{c_1-A}{4}\pm\sqrt{\left(\frac{c_1-A}{4}\right)^2-\left(y-\frac{c_1 y-c_4}{A}\right)}};$$

$$y=\sqrt[3]{-q+\sqrt{q^2+p^3}}+\sqrt[3]{-q-\sqrt{q^2+p^3}}+\frac{c_2}{6}; \qquad A=\sqrt{8y+c_1^2-4c_2};$$

$$p=\frac{3\left(c_1c_3-4c_4\right)-c_2^2}{36} \qquad q=\frac{c_2\left(9c_1c_3+72c_4-2c_2^2\right)-27(c_1^2c_4-c_3^2)}{432};$$

$$c_1=\alpha_n^2(K_0m_t-4); \qquad c_2=\alpha_n^2\left[3\alpha_n^2(2-K_0m_t)-m_t\right];$$

$$c_3=\alpha_n^4\left[m_t(2+3K_0\alpha_n^2)-K_0\alpha^2-4\alpha_n^2\right]; \qquad c_4=\alpha_n^4\left[\alpha_n^4+(1+K_0\alpha_n^2)\left(\alpha^2-m_t\alpha_n^2\right)\right];$$

Рішення рівняння (3) шукаємо в вигляді

$$\psi=f_2\cos\frac{n\pi}{a}x \qquad (12)$$

Підставляючи вираз (12) в рівняння (3) отримуємо диференціальне рівняння для визначення функції $f2(y)$. Вирішуючи це рівняння отримуємо:

$$f_2\left(y\right)=A_9 sh\beta_5 y+A_{10} ch\beta_5 y \qquad (13)$$

Тут $$\beta_5=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{2}{\left(1-\mu\right)K_0}+\alpha_n^2} \qquad (14)$$

Приймаємо для кожного участка свої вісі координат на початку участка (це показано для к+1 участка, який знаходиться між к-им і к+1 ребром) та позначимо $f_1(y)$ на початку та на кінці участка (при $y=0$ та $y=b_1$, де b_1 - відстань між ребрами) через η_κ і $\eta_{\kappa+1}$, значення $f_1^{''}(y)$ через $\mu_к$ *і* $\mu_{к+1}$, значення $f_1^{IV}(y)$ через $\varsigma_к$ і $\varsigma_{к+1}$, значення $f_1^{IV}(y)$ через $\xi_к$ і $\xi_{к+1}$, значення $f_2^{'}(y)$ через $\varphi_к$ і $\varphi_{к+1}$.

Використовуючи ці умови, виразимо через них довільні постійні рішень рівняннь (9) та (13).

Використовуючи умови у=0, отримуємо слідуючу систему рівнянь:

$$\begin{aligned} &A_2 + A_4 + A_6 + A_8 = \eta_k;\\ &\beta_1^2 A_2 + \beta_2^2 A_4 + \beta_3^2 A_6 + \beta_4^2 A_8 = \mu_k;\\ &\beta_1^4 A_2 + \beta_2^4 A_4 + \beta_3^4 A_6 + \beta_4^4 A_8 = \varsigma_k;\\ &\beta_1^6 A_2 + \beta_2^6 A_4 + \beta_3^6 A_6 + \beta_4^6 A_8 = \xi_k;\\ &\beta_5 A_9 = \varphi_k. \end{aligned} \tag{15}$$

Вирішуючи рівняння (15), знайдемо:

$$A_2 = \frac{d_2}{d}; \qquad A_4 = \frac{d_4}{d}; \qquad A_6 = \frac{d_6}{d}; \qquad A_8 = \frac{d_8}{d}; \qquad A_9 = \frac{1}{\beta_5}\varphi_k.$$

Тут : $d=a_1a_2a_3a_4a_5a_6$;

$$d_2 = -\eta_k \beta_2^2\beta_3^2\beta_4^2 a_4a_5a_6 + \mu_k a_4a_5a_6\left(\beta_2^2\beta_3^2 + \beta_2^2\beta_4^2 + \beta_3^2\beta_4^2\right) - \\ - \varsigma_k a_4a_5a_6\left(\beta_2^2 + \beta_3^2 + \beta_4^2\right) + \xi_k a_4a_5a_6;$$

$$d_4 = \eta_k \beta_1^2\beta_3^2\beta_4^2 a_2a_3a_6 - \mu_k a_2a_3a_6\left(\beta_1^2\beta_3^2 + \beta_1^2\beta_4^2 + \beta_3^2\beta_4^2\right) + \\ + \varsigma_k a_2a_3a_6\left(\beta_1^2 + \beta_3^2 + \beta_4^2\right) - \xi_k a_2a_3a_6;$$

$$d_6 = -\eta_k \beta_1^2\beta_2^2\beta_4^2 a_1a_3a_5 + \mu_k a_1a_3a_5\left(\beta_1^2\beta_2^2 + \beta_1^2\beta_4^2 + \beta_2^2\beta_4^2\right) - \\ - \varsigma_k a_1a_3a_5\left(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_4^2\right) + \xi_k a_1a_3a_5;$$

$$d_8 = \eta_k \beta_1^2\beta_2^2\beta_3^2 a_1a_2a_4 - \mu_k a_1a_2a_4\left(\beta_1^2\beta_2^2 + \beta_1^2\beta_3^2 + \beta_2^2\beta_3^2\right) + \\ + \varsigma_k a_1a_2a_4\left(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2\right) + \xi_k a_1a_2a_4;$$

$$a_1 = \beta_1^2 - \beta_2^2; \qquad a_2 = \beta_1^2 - \beta_3^2; \qquad a_3 = \beta_1^2 - \beta_4^2;$$
$$a_4 = \beta_{21}^2 - \beta_3^2; \qquad a_5 = \beta_2^2 - \beta_4^2; \qquad a_6 = \beta_3^2 - \beta_4^2.$$

Використовуючи умови y=b1, отримаємо слідуючу систему рівнянь

$$A_1 sh\beta_1 b_1 + A_3 sh\beta_2 b_1 + A_5 sh\beta_3 b_1 + A_7 sh\beta_4 b_1 =$$
$$= \eta_{k+1} - A_2 ch\beta_1 b_1 + A_4 ch\beta_2 b_1 - A_6 ch\beta_3 b_1 - A_8 ch\beta_4 b_1;$$
$$A_1\beta_1^2 sh\beta_1 b_1 + A_3\beta_2^2 sh\beta_2 b_1 + A_5\beta_3^2 sh\beta_3 b_1 + A_7\beta_4^2 sh\beta_4 b_1 =$$
$$= \mu_{k+1} - A_2\beta_1^2 ch\beta_1 b_1 - A_4\beta_2^2 ch\beta_2 b_1 - A_6\beta_3^2 ch\beta_3 b_1 - A_8\beta_4^2 ch\beta_4 b_1; \tag{16}$$
$$A_1\beta_1^4 sh\beta_1 b_1 + A_3\beta_2^4 sh\beta_2 b_1 + A_5\beta_3^4 sh\beta_3 b_1 + A_7\beta_4^4 sh\beta_4 b_1 =$$
$$= \varsigma_{k+1} - A_2\beta_1^4 ch\beta_1 b_1 - A_4\beta_2^4 ch\beta_2 b_1 - A_6\beta_3^4 ch\beta_3 b_1 - A_8\beta_4^4 ch\beta_4 b_1;$$
$$A_1\beta_1^6 sh\beta_1 b_1 + A_3\beta_2^6 sh\beta_2 b_1 + A_5\beta_3^6 sh\beta_3 b_1 + A_7\beta_4^6 sh\beta_4 b_1 =$$
$$= \xi_{k+1} - A_2\beta_1^6 ch\beta_1 b_1 - A_4\beta_2^6 ch\beta_2 b_1 - A_6\beta_3^6 ch\beta_3 b_1 - A_8\beta_4^6 ch\beta_4 b_1;$$
$$A_9\beta_5 ch\beta_5 b_1 + A_{10}\beta_5 sh\beta_5 b_1 = \varphi_{k+1}.$$

Вирішуючи рівняння (16) знайдемо:

$$A_1^{k+1} dsh\beta_1 b_1 = -(\eta_{k+1} - \eta_k ch\beta_1 b_1)\beta_2^2\beta_3^2\beta_4^2 a_4 a_5 a_6 + (\mu_{k+1} - \mu_k ch\beta_1 b_1) a_4 a_5 a_6 \times$$
$$\times(\beta_2^2\beta_3^2 + \beta_2^2\beta_4^2 + \beta_3^2\beta_4^2) - (\varsigma_{k+1} - \varsigma_k ch\beta_1 b_1) a_4 a_5 a_6 (\beta_2^2 + \beta_3^2 + \beta_4^2) + (\xi_{k+1} - \xi_k ch\beta_1 b_1) a_4 a_5 a_6$$
$$A_3^{k+1} dsh\beta_2 b_1 = -(\eta_{k+1} - \eta_k ch\beta_2 b_1)\beta_1^2\beta_3^2\beta_4^2 a_2 a_3 a_6 + (\mu_{k+1} - \mu_k ch\beta_2 b_1) a_2 a_3 a_6 \times$$
$$\times(\beta_1^2\beta_3^2 + \beta_1^2\beta_4^2 + \beta_3^2\beta_4^2) - (\varsigma_{k+1} - \varsigma_k ch\beta_2 b_1) a_2 a_3 a_6 (\beta_1^2 + \beta_3^2 + \beta_4^2) + (\xi_{k+1} - \xi_k ch\beta_2 b_1) a_2 a_3 a_6; \tag{17}$$
$$A_5^{k+1} dsh\beta_3 b_1 = -(\eta_{k+1} - \eta_k ch\beta_3 b_1)\beta_1^2\beta_2^2\beta_4^2 a_1 a_3 a_5 + (\mu_{k+1} - \mu_k ch\beta_3 b_1) a_1 a_3 a_5 \times$$
$$\times(\beta_1^2\beta_2^2 + \beta_1^2\beta_4^2 + \beta_2^2\beta_4^2) - (\varsigma_{k+1} - \varsigma_k ch\beta_3 b_1) a_1 a_3 a_5 (\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_4^2) + (\xi_{k+1} - \xi_k ch\beta_3 b_1) a_1 a_3 a_5;$$
$$A_7^{k+1} dsh\beta_4 b_1 = -(\eta_{k+1} - \eta_k ch\beta_4 b_1)\beta_1^2\beta_2^2\beta_3^2 a_1 a_2 a_4 + (\mu_{k+1} - \mu_k ch\beta_4 b_1) a_1 a_2 a_4 \times$$
$$\times(\beta_1^2\beta_2^2 + \beta_1^2\beta_3^2 + \beta_2^2\beta_3^2) - (\varsigma_{k+1} - \varsigma_k ch\beta_4 b_1) a_1 a_2 a_4 (\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2) + (\xi_{k+1} - \xi_k ch\beta_4 b_1) a_1 a_2 a_4;$$

$$A_{10}^{k+1}\beta_5 sh\beta_5 b_1 = \varphi_k \beta_5 b_1.$$

При розгляданні к-го участка початок координат приймаємо в його кінці та направимо вісь *y* у протилежну сторону . Тоді для нього *f1(y)* та *f2(y)* будуть мати також вид (10) та (13), а довільні постійні A_1, A_3, A_5, A_7 (позначим їх через $A_1^{к-1}$, $A_3^{к-1}$, $A_5^{к-1}$, $A_7^{к-1}$) будуть мати вигляд (17), якщо змінити $\eta_{к+1}$, $\mu_{к+1}$, $\varsigma_{к+1}$, $\xi_{к+1}$, $\varphi_{к+1}$ на $\eta_{к-1}$, $\mu_{к-1}$, $\varsigma_{к-1}$, $\xi_{к-1}$, $\varphi_{к-1}$.

Умови по лініях ребер запишемо у вигляді:

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\right)_{y=+0}+\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}\right)_{y=-0}=\frac{B_p}{2B(1-\mu^2)}\left(\frac{\partial^3\phi}{\partial x\partial y^2}-\mu\frac{\partial^3\phi}{\partial x^3}\right)_{y=0};\\
&\left(\vartheta_2\right)_{y=+0}=-\left(\vartheta_2\right)_{y=-0};\\
&\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{y=+0}=-\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{y=-0};\\
&\left(\frac{\partial^3\varphi}{\partial y^3}-\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2 y}\right)_{y=-0}+\left(\frac{\partial^3\varphi}{\partial y^3}-\frac{\partial^3\varphi}{\partial x^2 y}\right)_{y=-0}=\\
&=-\left[\frac{D_p}{D^*}\left(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}+\frac{P_p}{D^*}\left(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right]_{y=0};\\
&\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}+\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_{y=0}=0.
\end{aligned}
\tag{18}
$$

З урахуванням виразів (4) перше рівняння (18) запишемо у вигляді:

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial x^3\partial y}\left(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)F\right]_{y=+0}+\left[\frac{\partial^4}{\partial x^3\partial y}\left(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)F\right]_{y=-0}=\frac{B_p}{\overline{B}}\left[\frac{\partial^5}{\partial x^3\partial y^2}\left(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)F-\mu\frac{\partial^5}{\partial x^5}\left(1-\frac{Bh}{G_3}\nabla^2\right)F\right]_{y=0};$$

$$\left[-\frac{n^3\pi^3}{a^3}\left(f_1'(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1'(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1'''(y)\right)\right]_{y=+0}+\left[-\frac{n^3\pi^3}{a^3}\left(f_1'(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1'(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1'''(y)\right)\right]_{y=+0}=$$

$$=\frac{B_p}{\overline{B}}\left[\frac{n^3\pi^3}{a^3}\left(f_1''(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1''(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1^{IV}(y)\right)+\mu\frac{n^5\pi^5}{a^5}\left(f_1(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1''(y)\right)\right]_{y=0};$$

$$\left[f_1'(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1'(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1'''(y)\right]_{y=+0}+\left[f_1'(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1'(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1'''(y)\right]_{y=-0}=$$

$$=\frac{B_p}{\overline{B}}\left[f_1''(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1''(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1^{IV}(y)+\mu\frac{n^2\pi^2}{a^2}\left(f_1(y)+\frac{Bh}{G_3}\frac{n^2\pi^2}{a^2}f_1(y)-\frac{Bh}{G_3}f_1''(y)\right)\right]_{y=0};$$

Підставляючи рішення (10), будемо мати:

$$\beta_1\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta_1^2\right)\right]\left(A_1^{k+1}+A_1^{k-1}\right)+\beta_2\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta_2^2\right)\right]\left(A_3^{k+1}+A_3^{k-1}\right)+\beta_3\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta_3^2\right)\right]\left(A_5^{k+1}+A_5^{k-1}\right)+$$
$$+\beta_4\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta_4^2\right)\right]\left(A_7^{k+1}+A_7^{k-1}\right)-\frac{B_p}{\overline{B}R}\left[\left(1+K_0\alpha_n^2\right)\mu_k-K_0\varsigma_k+\mu\alpha_n^2\left(\left(1+K_0\alpha_n^2\right)\eta_k-K_0\mu_k\right)\right]=0.$$

або

$$\beta_1\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta_1^2\right)\right]\left(A_1^{k+1}+A_1^{k-1}\right)+\beta_2\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta_2^2\right)\right]\left(A_3^{k+1}+A_3^{k-1}\right)+\beta_3\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta_3^2\right)\right]\left(A_3^{k+1}+A_3^{k-1}\right)+$$
$$+\beta_4\left[1+K_0\left(\alpha_n^2-\beta_4^2\right)\right]\left(A_7^{k+1}+A_7^{k-1}\right)-\frac{B_p}{\overline{B}R}\left[\left(1+K_0\alpha_n^2-K_0\right)\mu_k-K_0\varsigma_k+\mu\alpha_n^2\left(1+K_0\alpha_n^2\right)\eta_k\right]=0.$$

Решта умов такі ж самі, як і в пологій оболонці.

Остаточно, умови по лініях ребер надамо у вигляді:

$$\beta_1 e_1\left(A_1^{k+1}+A_1^{k-1}\right)+\beta_2 e_2\left(A_3^{k+1}+A_3^{k-1}\right)+\beta_3 e_3\left(A_5^{k+1}+A_5^{k-1}\right)+\beta_4 e_4\left(A_7^{k+1}+A_7^{k-1}\right)-$$
$$-\delta_b\left[(1+K_0\alpha_n^2-K_0)\mu\alpha_n^2\mu_k-K_0\varsigma_k+\mu\alpha_n^2(1+K_0\alpha_n^2)\eta_k\right]=0;$$
$$\beta_1 e_1 e_9\left(A_1^{k+1}+A_1^{k-1}\right)+\beta_2 e_2 e_{10}\left(A_3^{k+1}+A_3^{k-1}\right)+\beta_3 e_3 e_{11}\left(A_5^{k-1}+A_5^{k+1}\right)+\beta_3 e_3 e_{11}\left(A_7^{k-1}+A_7^{k+1}\right)+$$
$$+\beta_4 e_4 e_{12}\left(A_7^{k+1}+A_7^{k-1}\right)=0; \qquad (19)$$
$$\beta_1 e_5^2\left(A_1^{k+1}+A_1^{k-1}\right)+\beta_2 e_6^2\left(A_3^{k+1}+A_3^{k-1}\right)+\beta_3 e_7^2\left(A_5^{k+1}+A_5^{k-1}\right)+\beta_4 e_8^2\left(A_7^{k+1}+A_7^{k-1}\right)+$$
$$+\alpha_n\left(A_{10}^{k+1}+A_{10}^{k-1}\right)=0;$$
$$\beta_1 e_5^3\left(A_1^{k+1}+A_1^{k-1}\right)+\beta_2 e_6^3\left(A_3^{k+1}+A_3^{k-1}\right)+\beta_3 e_7^3\left(A_5^{k+1}+A_5^{k-1}\right)+\beta_4 e_8^3\left(A_7^{k+1}+A_7^{k-1}\right)-$$
$$-f\left[\alpha_n^4(1+K_0\alpha_n^2)\eta_k-\left(1+3K_0\alpha_n^2\right)\varsigma_k-K_0\xi_k\right]=0;$$
$$-K_0\alpha_n^7\eta_k+3K_0\alpha_n^5\mu_k-3K_0\alpha_n^3\varsigma+K_0\alpha_n\xi_k+\varphi_k=0.$$

Тут

$$e_i=1+K_0 e_{4+i}; \qquad e_{4+i}=\alpha_n^2-\beta_i^2; \quad e_{8+i}=\beta_i^2-\alpha_n^2(2-\mu);$$
$$f=\alpha_n^2\left(\alpha_n^2\gamma-\delta_t m_t\right); \qquad \delta_t=\frac{F_p}{2\delta R}; \qquad \delta_b=\frac{E_p}{E}\delta_t;$$
$$\gamma=\frac{D_p}{D^* R}; \qquad i=1,2,3,4.$$

Підставляючи в рівняння (19) значення A_i по виразам (17), отримаємо систему рівнянь в скінчених різницях.

Вхідні до цієї системи невідомі $\eta_к$, $\mu_к$, $\zeta_к$, $\xi_к$, $\varphi_к$, повинні задовольняти умовам періодичності рішення, які мають вигляд:

$$\eta_к=\eta_{к+m};\ \mu_к=\mu_{к+m};\ \zeta_к=\zeta_{к+m};\ \xi_к=\xi_{к+m};\ \varphi_к=\varphi_{к+m} \qquad (20)$$

де: m - число ребер.

Рішення рівняння (19) шукаємо в вигляді:

$$\eta_k=A\cos\frac{2\pi sk}{m}; \qquad \mu_k=B\cos\frac{2\pi sk}{m}; \qquad \varsigma_k=C\cos\frac{2\pi sk}{m};$$

(21)

$$\xi_k=M\cos\frac{2\pi sk}{m}; \qquad \varphi_k=E\cos\frac{2\pi sk}{m}; \qquad 1\le S\le m\text{-}1$$

який задовольняє умовам (20). Підставляючи вираз (21) в рівняння (19) та враховуючи, що

$$\cos\frac{2\pi s(k+1)}{m}+\cos\frac{2\pi s(k-1)}{m}=2\cos\frac{2\pi sk}{m}\cos\frac{2\pi s}{m},$$

отримаємо систему однорідних рівнянь відносно невідомих A, B, C, M, E, яка не залежить від номера *к*.

$$A\left[-\frac{e_1r_1d_1}{a_1a_2a_3}+\frac{e_2r_2d_2}{a_1a_4a_5}-\frac{e_3r_3d_3}{a_2a_4a_6}+\frac{e_4r_4d_4}{a_3a_5a_6}-\delta_в\mu\alpha_n^2\left(1+k_0\alpha_n^2\right)\right]+$$
$$+B\left[\frac{e_1r_1d_5}{a_1a_2a_3}-\frac{e_2r_2d_6}{a_1a_4a_5}+\frac{e_3r_3d_7}{a_2a_4a_6}-\frac{e_4r_4d_8}{a_3a_5a_6}-\delta_в\mu\alpha_n^2\left(1+k_0\alpha_n^2-k_0\right)\right]+$$
$$+C\left[\frac{e_1r_1d_9}{a_1a_2a_3}-\frac{e_2r_2d_{10}}{a_1a_4a_5}+\frac{e_3r_3d_{11}}{a_2a_4a_6}-\frac{e_4r_4d_{12}}{a_3a_5a_6}-\delta_вk_0\right]+$$
$$+M\left[\frac{e_1r_1}{a_1a_2a_3}-\frac{e_2r_2}{a_1a_4a_5}+\frac{e_3r_3}{a_2a_4a_6}-\frac{e_4r_4}{a_3a_5a_6}\right]=0;$$

$$A\left[-\frac{e_1e_9r_1d_1}{a_1a_2a_3}+\frac{e_2e_{10}r_2d_2}{a_1a_4a_5}-\frac{e_3e_{11}r_3d_3}{a_2a_4a_6}+\frac{e_4e_{12}r_4d_4}{a_3a_5a_6}\right]+$$
$$+B\left[\frac{e_1e_9r_1d_5}{a_1a_2a_3}-\frac{e_2e_{10}r_2d_6}{a_1a_4a_5}+\frac{e_3e_{11}r_3d_7}{a_2a_4a_6}-\frac{e_4e_{12}r_4d_8}{a_3a_5a_6}\right]+$$
$$+C\left[\frac{e_1e_9r_1d_9}{a_1a_2a_3}-\frac{e_2e_{10}r_2d_{10}}{a_1a_4a_5}+\frac{e_3e_{11}r_3d_{11}}{a_2a_4a_6}-\frac{e_4e_{12}r_4d_{12}}{a_3a_5a_6}\right]+$$
$$+M\left[\frac{e_1e_9r_1}{a_1a_2a_3}-\frac{e_2e_{10}r_2}{a_1a_4a_5}+\frac{e_3e_{11}r_3}{a_2a_4a_6}-\frac{e_4e_{12}r_4}{a_3a_5a_6}\right]=0;$$

(22)

$$A\left[-\frac{e_5^2r_1d_1}{a_1a_2a_3}+\frac{e_6^2r_2d_2}{a_1a_4a_5}-\frac{e_7^2r_3d_3}{a_2a_4a_6}+\frac{e_8^2r_4d_4}{a_3a_5a_6}\right]+$$
$$+B\left[\frac{e_5^2r_1d_5}{a_1a_2a_3}-\frac{e_6^2r_2d_6}{a_1a_4a_5}+\frac{e_7^2r_3d_7}{a_2a_4a_6}-\frac{e_8^2r_4d_8}{a_3a_5a_6}\right]+$$
$$+C\left[\frac{e_5^2r_1d_9}{a_1a_2a_3}-\frac{e_6^2r_2d_{10}}{a_1a_4a_5}+\frac{e_7^2r_3d_{11}}{a_2a_4a_6}-\frac{e_8^2r_4d_{12}}{a_3a_5a_6}\right]+$$
$$+M\left[\frac{e_5^2r_1}{a_1a_2a_3}-\frac{e_6^2r_2}{a_1a_4a_5}+\frac{e_7^2r_3}{a_2a_4a_6}-\frac{e_8^2r_4}{a_3a_5a_6}\right]+\alpha_nr_5E=0;$$

$$A\left[-\frac{e_5^3 r_1 d_1}{a_1 a_2 a_3}+\frac{e_6^3 r_2 d_2}{a_1 a_4 a_5}-\frac{e_7^3 r_3 d_3}{a_2 a_4 a_6}+\frac{e_8^3 r_4 d_4}{a_3 a_5 a_6}-f\alpha_n^4\left(1-k_0\alpha_n^2\right)\right]+$$

$$+B\left[\frac{e_5^3 r_1 d_5}{a_1 a_2 a_3}-\frac{e_6^3 r_2 d_6}{a_1 a_4 a_5}+\frac{e_7^3 r_3 d_7}{a_2 a_4 a_6}-\frac{e_8^3 r_4 d_8}{a_3 a_5 a_6}+f\alpha_n^2\left(2+3k_0\alpha_n^2\right)\right]+$$

$$+C\left[\frac{e_5^3 r_1 d_9}{a_1 a_2 a_3}-\frac{e_6^3 r_2 d_{10}}{a_1 a_4 a_5}+\frac{e_7^3 r_3 d_{11}}{a_2 a_4 a_6}-\frac{e_8^3 r_4 d_{12}}{a_3 a_5 a_6}-f\left(1+3k_0\alpha_n^2\right)\right]+$$

$$+M\left[\frac{e_5^3 r_1}{a_1 a_2 a_3}-\frac{e_6^3 r_2}{a_1 a_4 a_5}+\frac{e_7^3 r_3}{a_2 a_4 a_6}-\frac{e_8^3 r_4}{a_3 a_5 a_6}+k_0 f\right]=0;$$

$$-Ak_0\alpha_n^7+3Bk_0\alpha_n^5-3Ck_0\alpha_n^3+Mk_0\alpha_n+E=0.$$

В рівняннях (22) позначено:

$$r_i=\frac{\beta_i\left(\cos\frac{2\pi s}{m}-ch\beta_i в_1\right)}{sh\beta_i в_1}\quad (\,i=1,\,2,\,3,\,4);\qquad r_5=\frac{\cos\frac{2\pi s}{m}-ch\beta_5 в_1}{\beta_5 sh\beta_5 в_1};$$

$$d_1=\beta_2^2\beta_3^2\beta_4^2;\qquad d_2=\beta_1^2\beta_3^2\beta_4^2;\qquad d_3=\beta_1^2\beta_2^2\beta_4^2;$$

$$d_4=\beta_1^2\beta_2^2\beta_3^2;\qquad d_5=\left(\beta_2^2\beta_3^2+\beta_2^2\beta_4^2+\beta_3^2\beta_4^2\right);$$

$$d_6=\left(\beta_1^2\beta_3^2+\beta_1^2\beta_4^2+\beta_3^2\beta_4^2\right);\qquad d_7=\left(\beta_1^2\beta_2^2+\beta_1^2\beta_4^2+\beta_2^2\beta_4^2\right);$$

$$d_8=\left(\beta_1^2\beta_2^2+\beta_1^2\beta_3^2+\beta_2^2\beta_3^2\right);\qquad d_9=\left(\beta_2^2+\beta_3^2+\beta_4^2\right);$$

$$d_{10}=\left(\beta_1^2+\beta_3^2+\beta_4^2\right);\qquad d_{11}=\left(\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_4^2\right);\qquad d_{12}=\left(\beta_1^2+\beta_2^2+\beta_3^2\right);$$

$$e_i=1+k_0 e_{4+i};\quad e_{4+i}=\alpha_n^2-\beta_i^2;\quad e_{8+i}=\beta_i^2-\alpha_n^2\left(2-\mu\right);$$

$$f=\frac{\alpha_n^2}{2}\left(\alpha_n^2\gamma-\delta_t m_t\right);\qquad \delta_t=\frac{F_p}{2\delta R};\qquad \delta_в=\frac{E_p}{2E};$$

$\gamma=\dfrac{D_p}{D^* R}$; $\quad 1\le S\le m\text{-}1$; $\quad m$ - число ребер

$$a_1=\beta_1^2-\beta_2^2;\qquad a_2=\beta_1^2-\beta_3^2;\qquad a_3=\beta_1^2-\beta_4^2;$$

$$a_4=\beta_2^2-\beta_3^2;\qquad a_5=\beta_2^2-\beta_4^2;\qquad a_6=\beta_3^2-\beta_4^2.$$

Рівняючи визначник системи (22) до нуля, отримаємо рівняння для визначення критичних сил.

Розв'язуючи умову стійкості відносно параметра γ, отримаємо

$$\gamma = \begin{vmatrix} e_1(r_1-\delta_в e_{13}) & e_2(r_2-\delta_в e_{14}) & e_3(r_3-\delta_в e_{15}) & e_4(r_4-\delta_в e_{16}) \\ e_1 r_1 e_9 & e_2 r_2 e_{10} & e_3 r_3 e_{11} & e_4 r_4 e_{12} \\ e_5^2(r_1+r_5 e_5) & e_6^2(r_2+r_5 e_6) & e_7^2(r_3+r_5 e_7) & e_8^3(r_4+r_5 e_8) \\ e_5^3 e_1 & e_6^3 e_2 & e_7^3 e_3 & e_8^3 e_4 \end{vmatrix} :$$

$$: \begin{vmatrix} e_1(r_1-\delta_в e_{13}) & e_2(r_2-\delta_в e_{14}) & e_3(r_3-\delta_в e_{15}) & e_4(r_4-\delta_в e_{16}) \\ e_1 r_1 e_9 & e_2 r_2 e_{10} & e_3 r_3 e_{11} & e_4 r_4 e_{12} \\ e_5^2(r_1+r_5 e_5) & e_6^2(r_2+r_5 e_6) & e_7^2(r_3+r_5 e_7) & e_8^2(r_4+r_5 e_8) \\ e_5^2 e_1 & e_6^2 e_2 & e_7^2 e_3 & e_8^2 e_4 \end{vmatrix} + \frac{\delta_t}{\alpha_n^2} m_t \qquad (23)$$

В рівнянні (23) позначено:

$$r_i = \frac{\beta_i\left(\cos\frac{2\pi s}{m} - ch\beta_i в_1\right)}{sh\beta_i в_1} \quad (i = 1, 2, 3, 4); \qquad r_5 = \frac{\cos\frac{2\pi s}{m} - ch\beta_5 в_1}{\beta_5 sh\beta_5 в_1};$$

$$e_i = 1 + k_0 e_{4+i}; \quad e_{4+i} = \alpha_n^2 - \beta_i^2; \quad e_{8+i} = \beta_i^2 - \alpha_n^2(2-\mu);$$

$$e_{12+i} = \beta_i^2 - \mu\alpha_n^2; \qquad \delta_t = \frac{F_p}{2\delta R}; \qquad \delta_в = \frac{E_p}{2E};$$

$\gamma = \dfrac{D_p}{D^* R}$; $\quad 1 \le S \le m\text{-}1$; $\quad m$ - число ребер

$$a_1 = \beta_1^2 - \beta_2^2; \quad a_2 = \beta_1^2 - \beta_3^2; \quad a_3 = \beta_1^2 - \beta_4^2;$$

$$a_4 = \beta_2^2 - \beta_3^2; \quad a_5 = \beta_2^2 - \beta_4^2; \quad a_6 = \beta_3^2 - \beta_4^2.$$

$\alpha_n = \dfrac{2\pi R}{a}$; $\quad$ n = 1, 2...

Таким чином, одержане рівняння для визначення критичних сил і критичної жорсткості ребер для тришарової циліндричної оболонки, яка підкріплена поздовжніми ребрами жорсткості за умовами поздовжнього стиска.

Література:

1. Александров А.Я., Брюккер А.Э., Куршин Л.М., Прусаков А.П. *Расчет трехслойных панелей*. - М.: оборонгиз, 1960.
2. Пратусевич Я.А. *Вариационные методы в строительной механике*. Гостехиздат, 1948.

3. Кириченко В.Л., Емельянова Т.А. *Дифференциальные уравнения устойчивости пологой трехслойной оболочки с легким заполнителем, подкрепленной ребрами жесткости*. “Вестник” Херсонского государственного технического университета, 1999г.- №3(6) - с. 248-253.